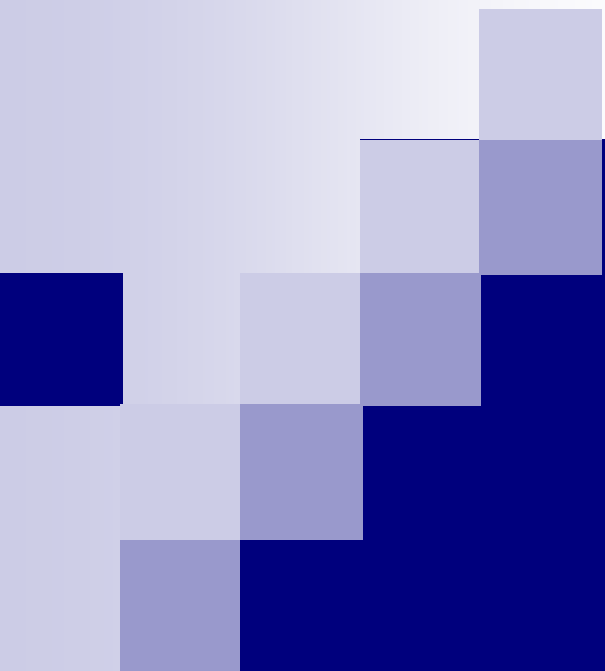


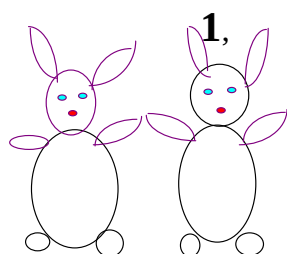


Модели популяционной динамики

Модели одной популяции

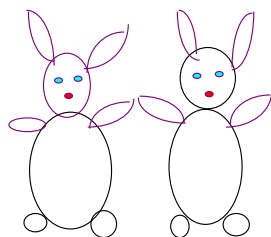
- *Непрерывные модели: экспоненциальный рост, логистический рост, модели с наименьшей критической численностью.*
- *Модели с неперекрывающимися поколениями. Дискретное логистическое уравнение.*
- *Диаграмма и лестница Ламерея.*
- *Типы решений при разных значениях параметра: монотонные и затухающие решения, циклы, квазистохастическое поведение, вспышки численности.*
- *Матричные модели популяций. Влияние запаздывания.*

Популяционная динамика ряд Фибоначчи

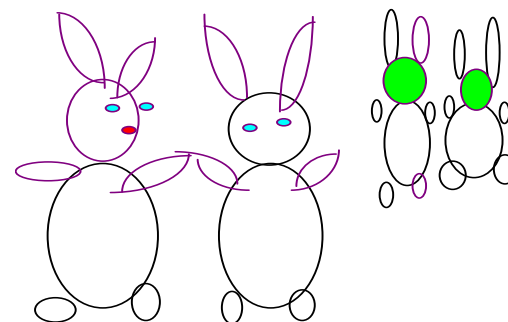


1,

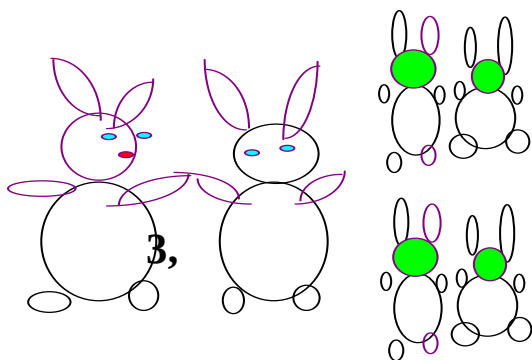
1



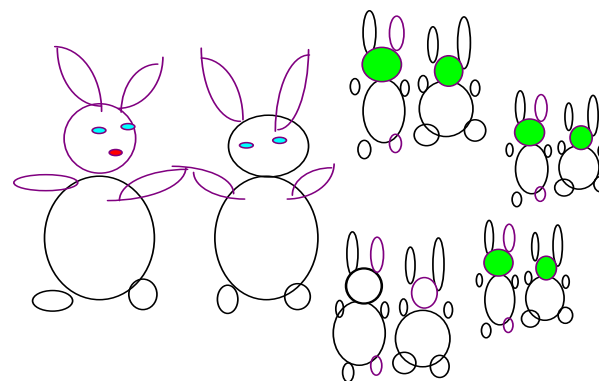
1



2



3



5

Леонардо из Пизы («Трактат о счете», 13 век)

Непрерывные модели роста популяций

Модель экспоненциального роста Мальтуса

Malthus T.R. An essay on the principal of Population.
1798. Charleston, BiblioBazaar, 2007.

Перевод на русский язык: Мальтус Т.Р.
Опыт о законе роста народонаселения.
Спб, Типография И.И. Глазунова, 1868



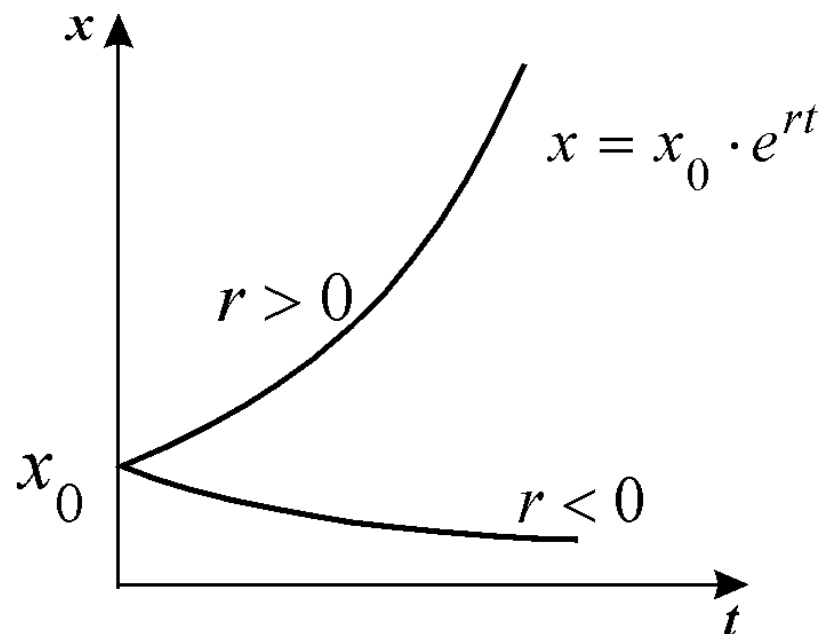
*Thomas Robert
Malthus*

1766-1834

$$N_{t+1} = qN_t$$

$$N_{t+1} = q^n N_0$$

$$\frac{dx}{dt} = rx.$$



Уравнение логистического роста (Ферхюльст, 1845)

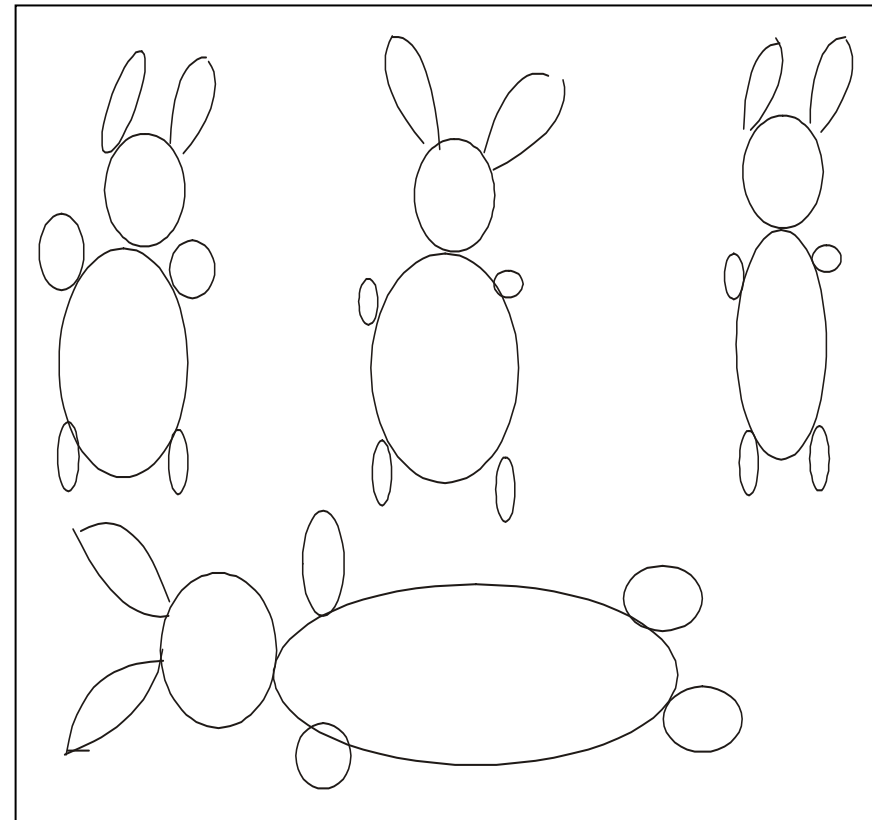
Verhulst P.F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Corr. Math. Et Phys.* **10**: 113-121, 1838



1804-1849

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

r – константа скорости роста
 K – емкость экологической
НИШИ



K – системный фактор

Уравнение Ферхюльста

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

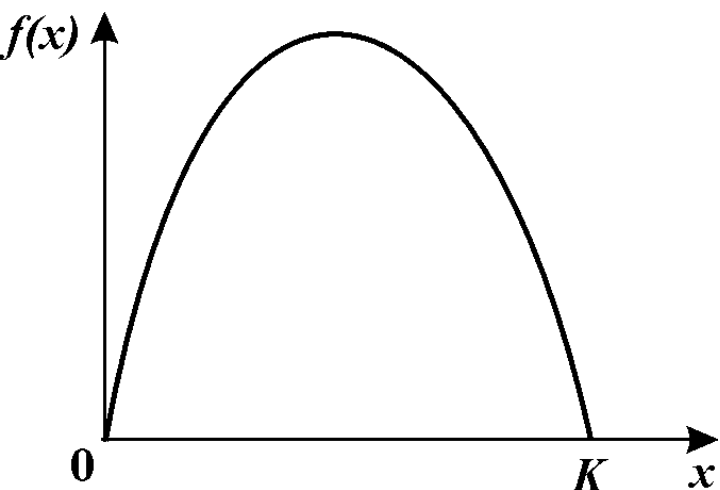
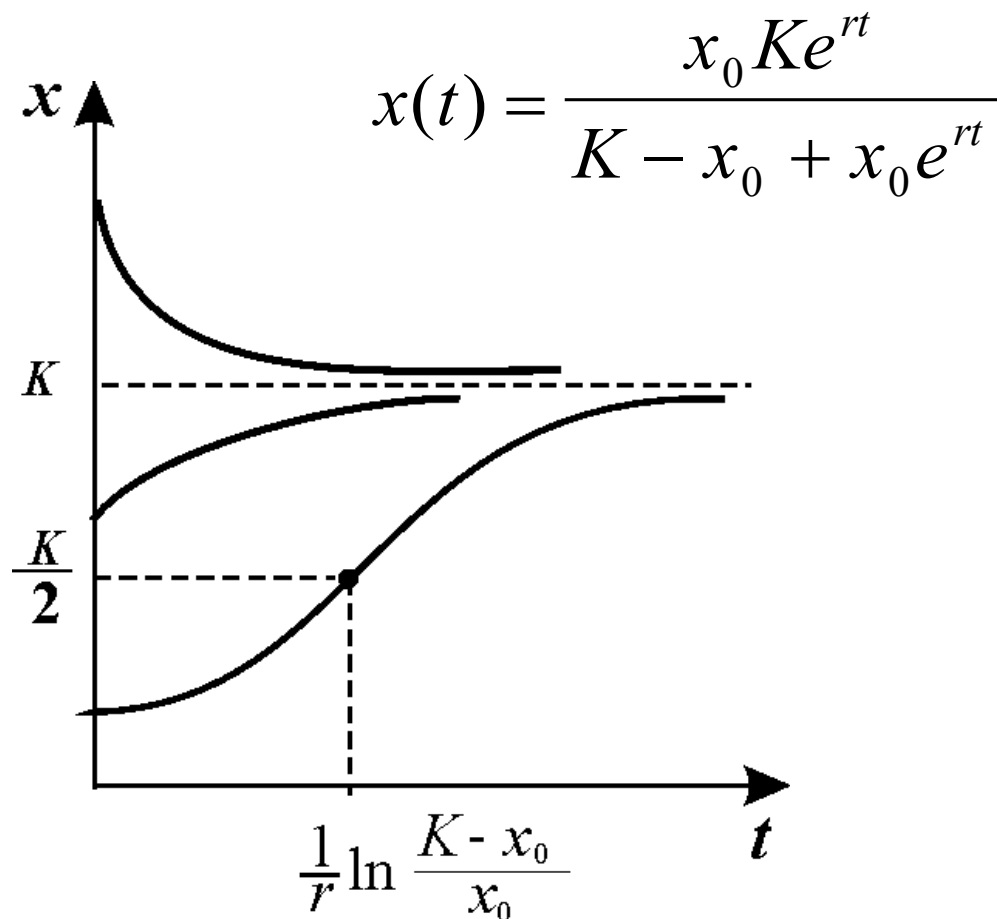


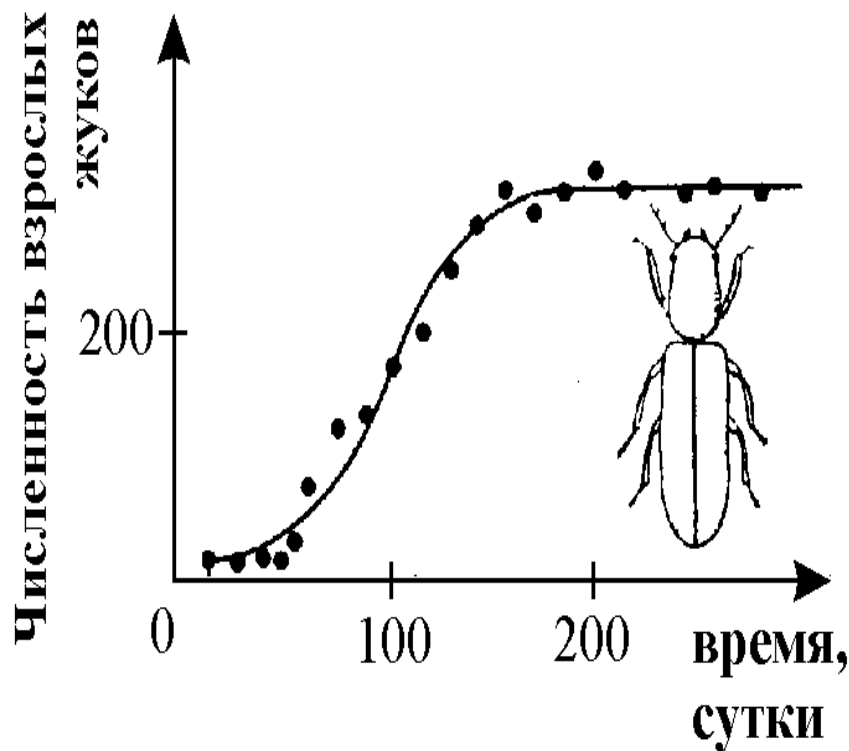
График функции $f(x)$



Поведение x во времени

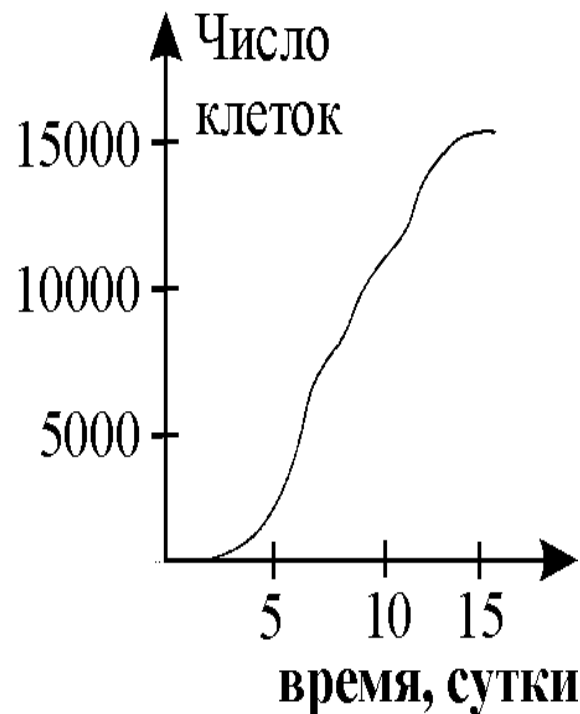
Ограниченный рост (уравнения Ферхюльста)

$$\frac{dx}{dt} = rx(1 - \frac{x}{K})$$



а

Жук *Rhizoretha dominica* в 10-граммовой порции пшеничных зерен, пополняемых каждую неделю (Crombie, 1945).



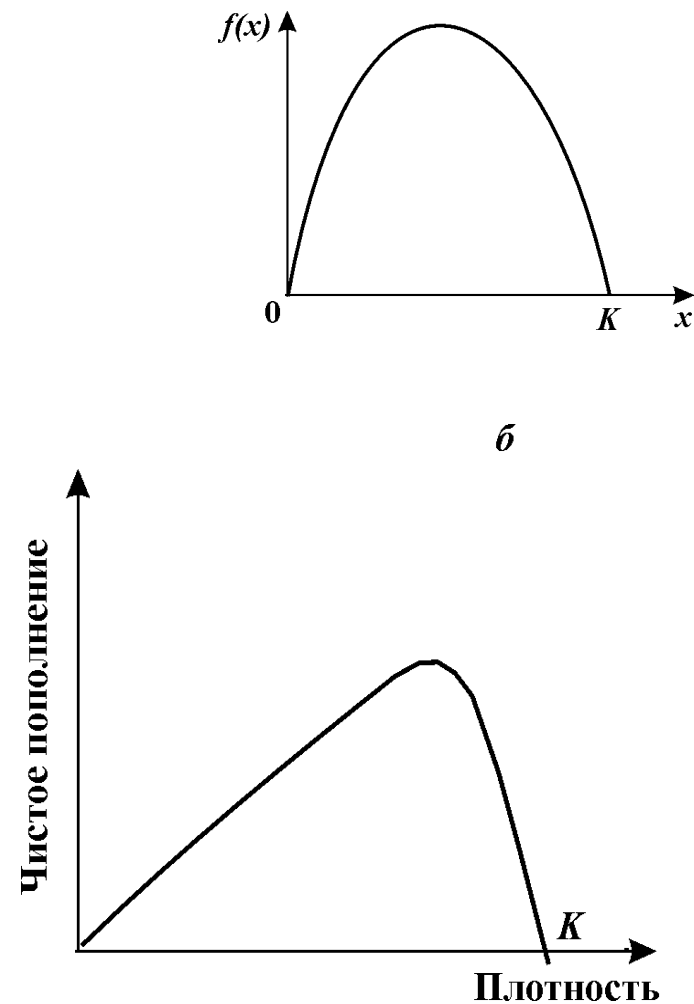
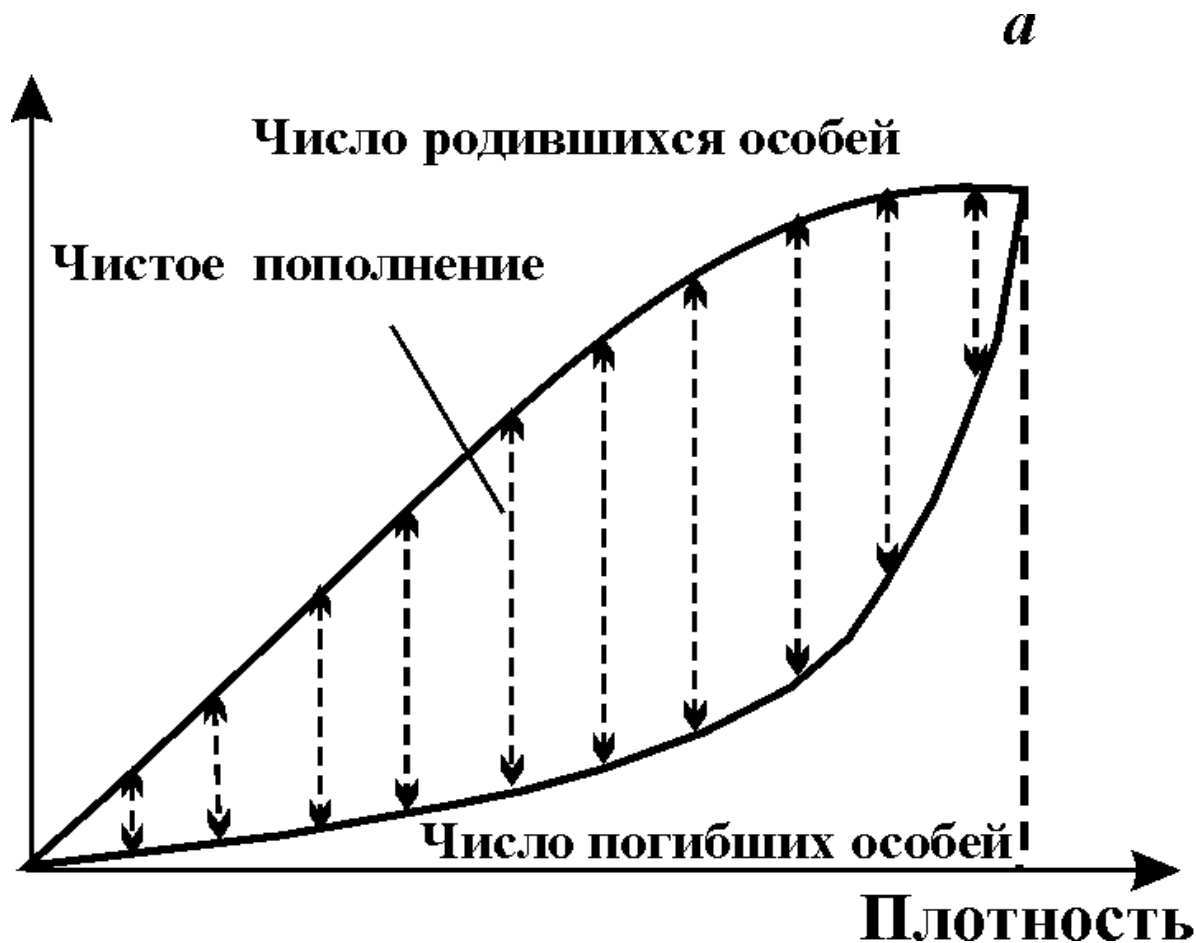
б

Водоросль *Chlorella* в культуре

(Pearsall, Bengry, 1940)

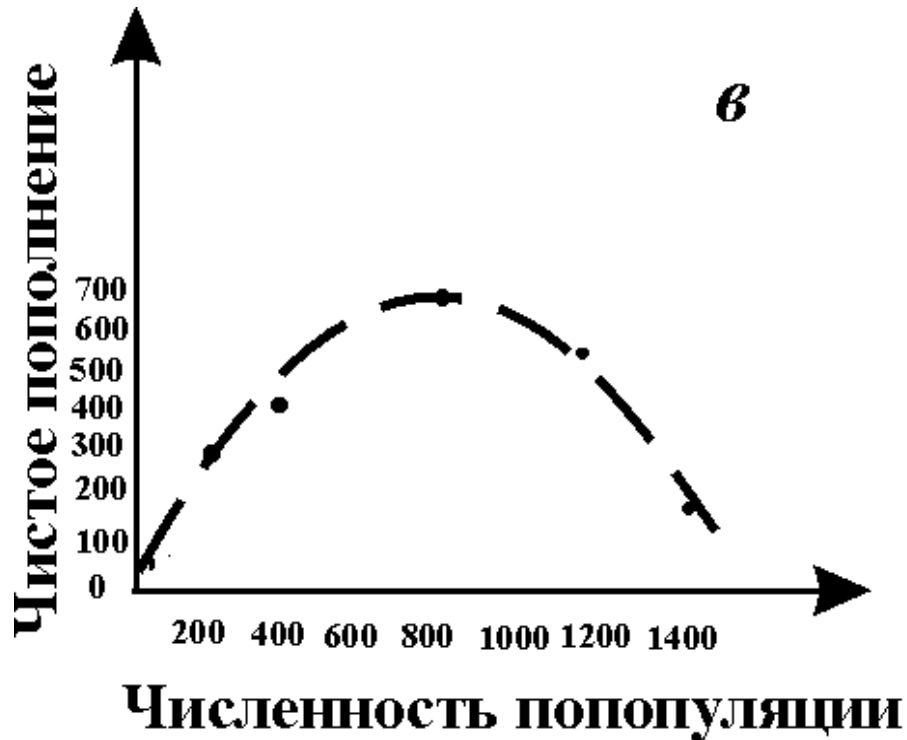
$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

Кривые пополнения



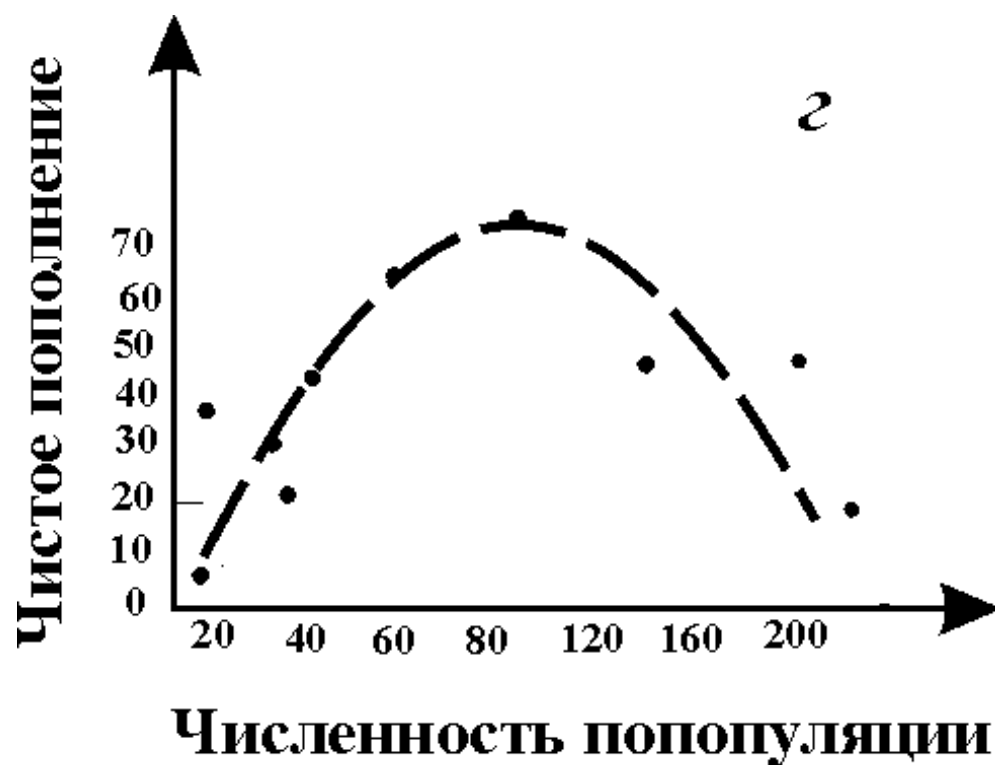
М.Бигон, Дж.Харпер, К.Таусенд
«Экология. Особи, популяции и сообщества»
т.1,2 М., Мир 1989

Примеры кривых пополнения (1)



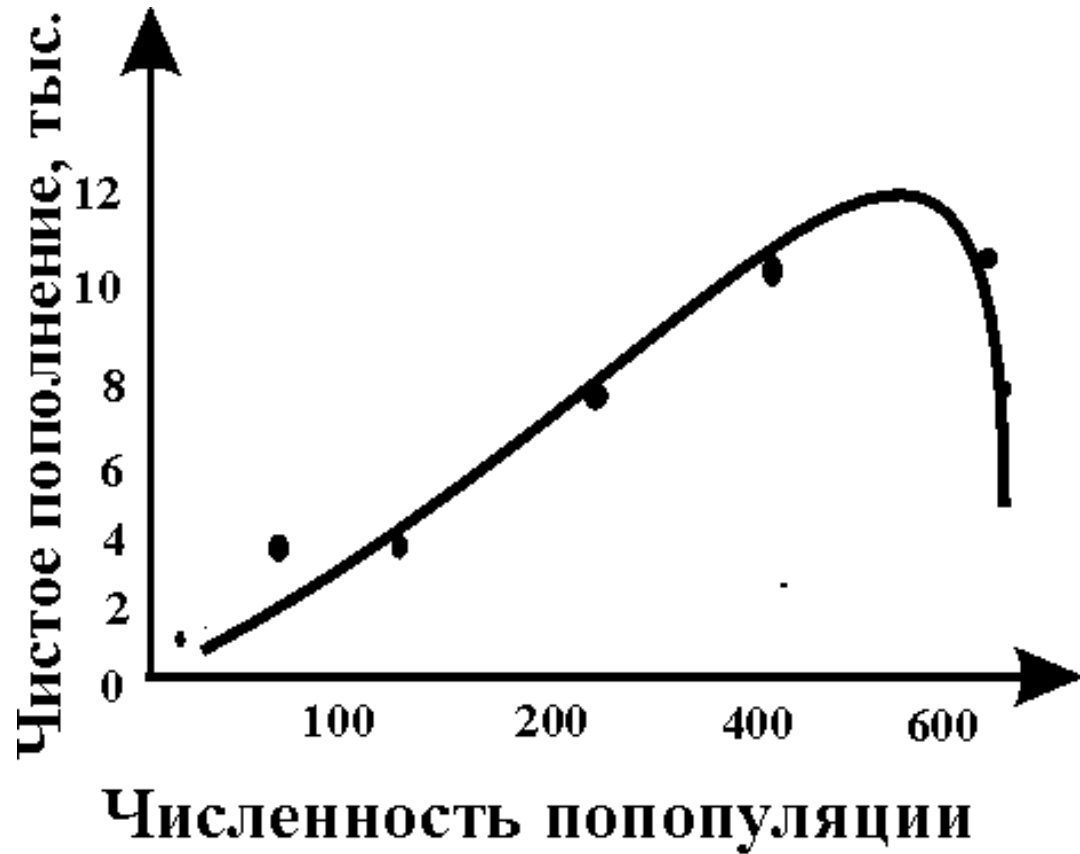
численность
фазана
обыкновенного
на о. Протекшн -
Айленд
после его
интродукции в
1937 г.
(Einarsen, 1945);

Примеры кривых пополнения (2)



экспериментальная
популяция
плодовой мушки
Drosophyla
melanogaster
(Pearl, 1927)

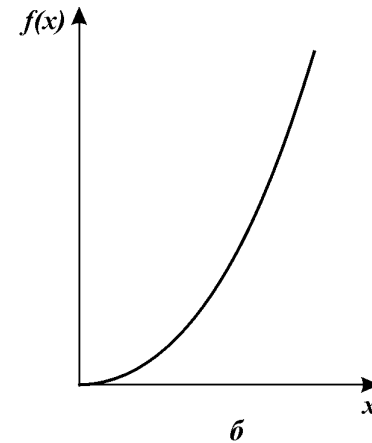
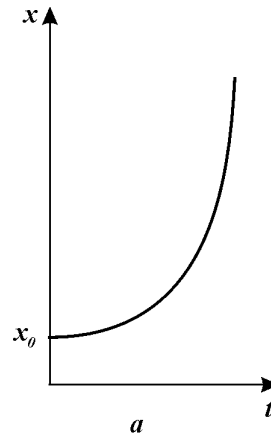
Примеры кривых пополнения (3)



оценка
численности
арктического
финвала
(Allen, 1972)

Учет двуполого размножения

$$\frac{dx}{dt} = rx^2$$

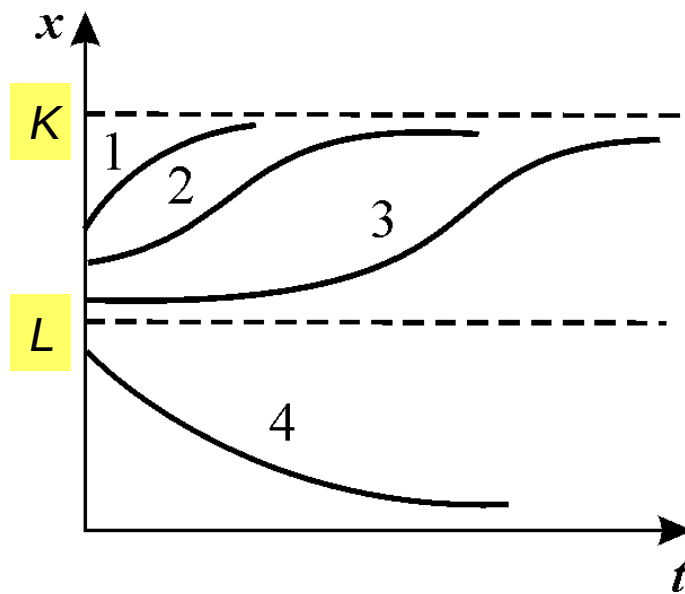


$$\frac{dx}{dt} = a \frac{\beta x^2}{\beta + \tau x}$$

При низких плотностях скорость размножения пропорциональна вероятности встреч.

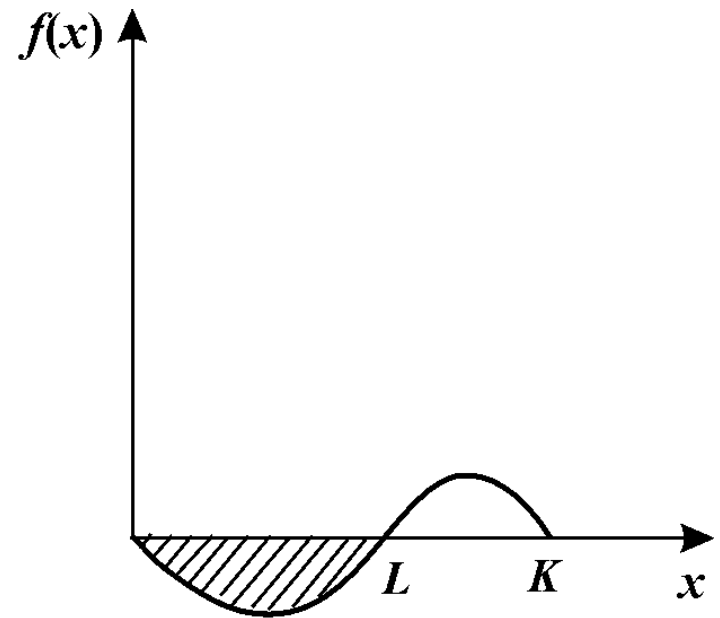
При высоких – числу самок в популяции.

Наименьшая критическая численность



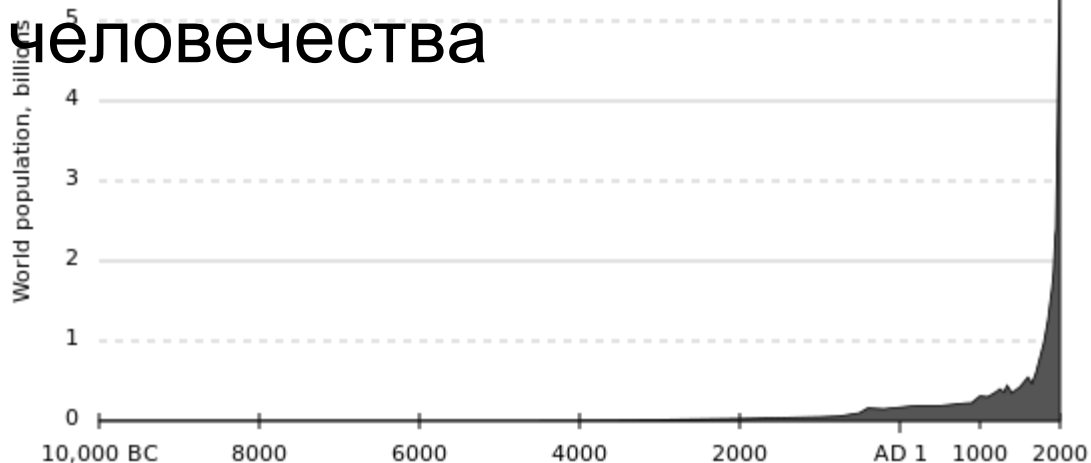
a

$$\frac{dx}{dt} = a \frac{\beta x^2}{\beta + \tau x} - dx - \delta x^2$$



b

Закон гиперболического роста человечества



- Foerster, H. von, P. Mora, and L. Amiot Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026. At this date human population will approach infinity if it grows as it has grown in the last two millennia // Science. — 1960. — № 132. — С. 1291—1295.

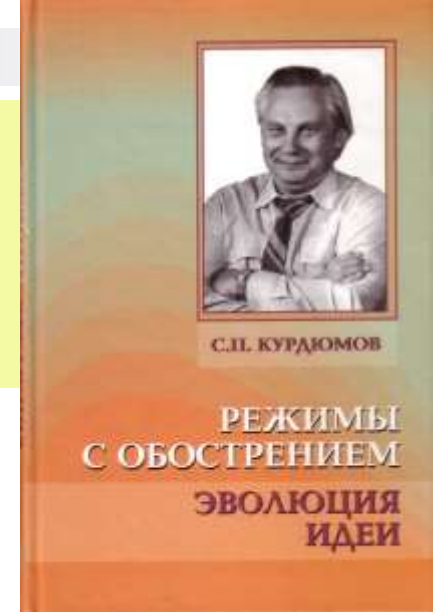


Хайнц фон
Фёрстер
1911-2002
Физик, математик,
демограф

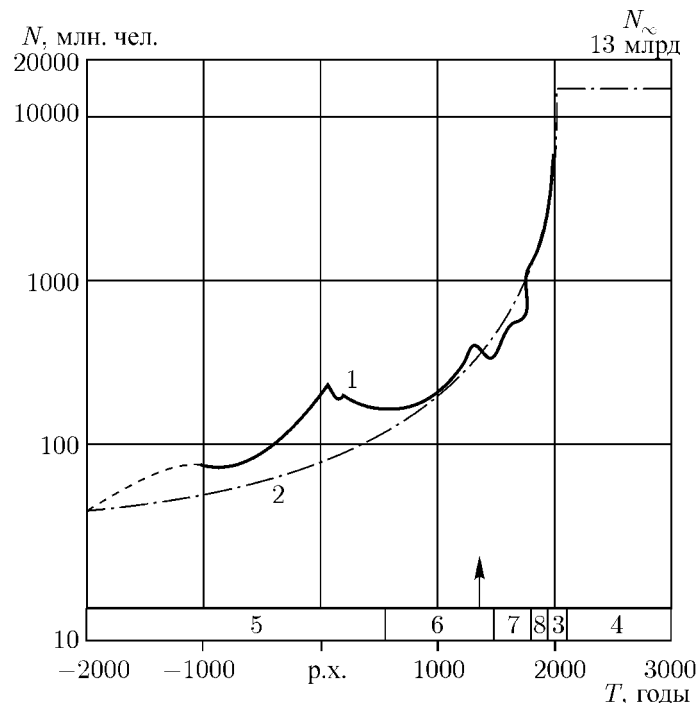


Динамика численности человечества

$$\tau \frac{dN}{dT} = \frac{N^2}{K^2} \quad N(T) = \frac{K^2 \tau}{T_{crit} - T}$$



Сергей
Павлович
Курдюмов
1929-2004



Сергей Петрович
Капица (1928-2012)

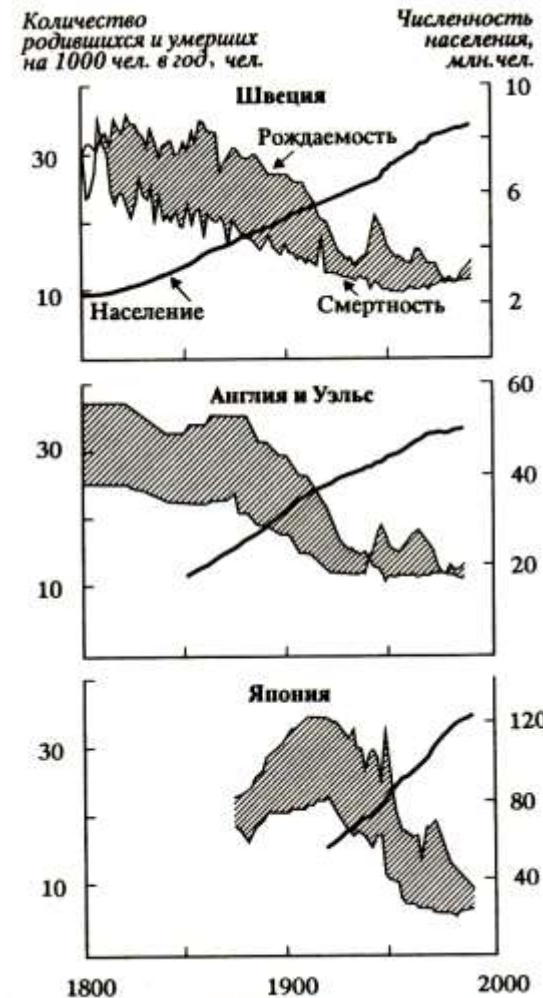
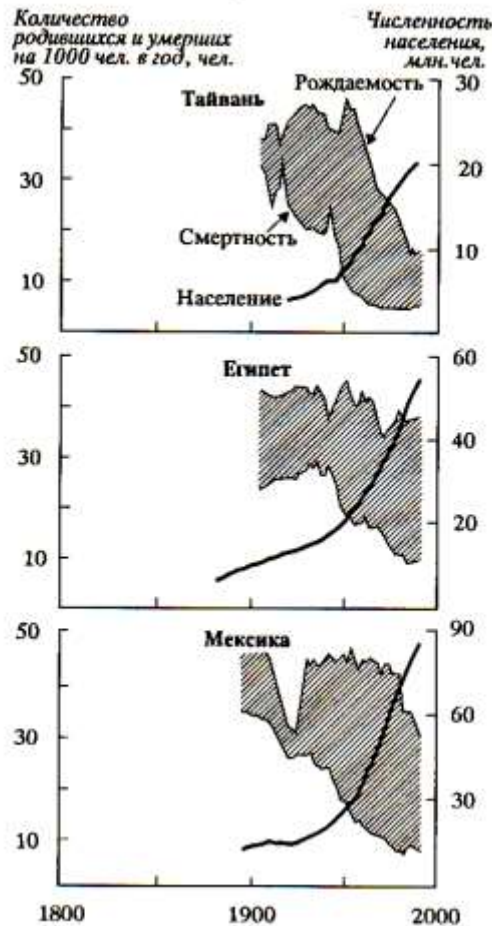
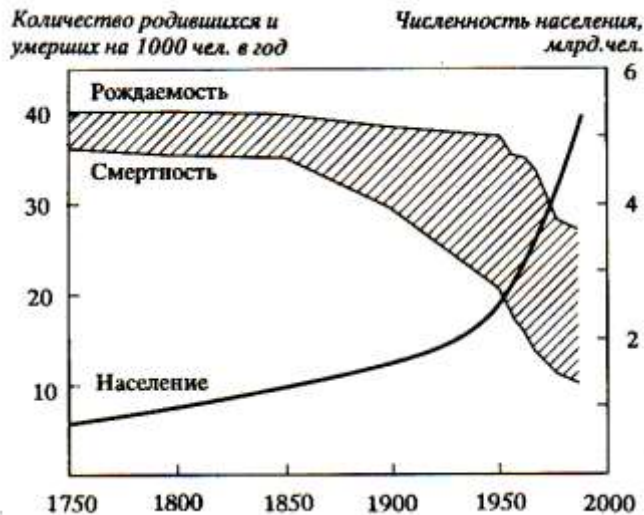
Общая теория
роста человечества 1999

Г.Ю.Ризниченко, А.Б.Рубин
Биофизическая динамика
продукционных процессов
Глава 8
Изд. РХД, 2004;
Изд. Юрайт 2016, часть 2

- каждую секунду рождается 21 и умирает 18 человек, население Земли ежедневно увеличивается на двести пятьдесят тысяч человек

$$N = \frac{C}{T_1 - T} = \frac{200 \times 10^9}{2025 - T}, \quad (1)$$

Прирост численности населения (пополнение)



$$N = \frac{C}{\tau} \arccotg \frac{T_1 - T}{\tau},$$

С учетом демографического
перехода

$$N = \frac{C}{\tau} \operatorname{arcsctg} \frac{T_1 - T}{\tau},$$

$$C = 186 \times 10^9 \text{ лет}, T_1 = 2007 \text{ год}, \tau = 42 \text{ года},$$

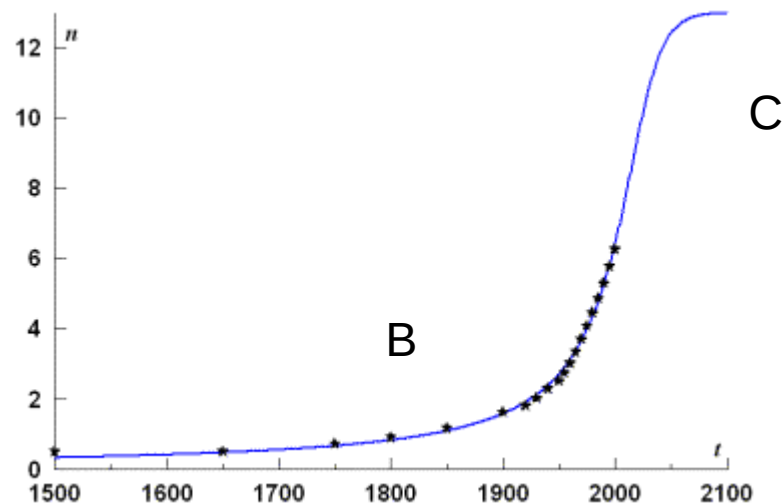
$$K = \sqrt{C/\tau} = 67000.$$

n_t – численность на
момент
демографического
перехода

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n^2(n_t - n)}{C / n_t}$$

А.Подлазов

Численность человечества



В первой - эпохе А, длительностью 2,8 миллиона лет - происходит линейный рост, переходящий затем в гиперболический рост эпохи В, который завершается после 1965 года демографическим переходом С.

После демографического перехода прирост численности на протяжении жизни поколения становится сравнимым с самим населением мира. И численность начнет стремиться к асимптотически стабилизированному режиму эпохи С, то есть неуклонно приближается к пределу в 14 миллиардов. Это в 2,5 раза больше, чем в настоящее время.

Модель глобального роста

- Невозможно решить проблему на том уровне, на котором она возникла. Нужно стать выше этой проблемы, поднявшись на следующий уровень
- Альберт Эйнштейн
- Forrester J.W. World dynamics. 1971
- Форрестер Дж. Мировая динамика. М., Наука, 1978
- Meadows D. et al., The limits to growth. 1972
- Meadows D. et al. The dynamics of the growth in a finite world. 1974
- Медоуз Д. и др., Пределы роста, изд. МГУ, 1991
За пределами роста 1994
Пределы роста 30 лет спустя. 2008

АЗБУКА СИСТЕМНОГО МЫШЛЕНИЯ. Бином 2011

Принятие мер в 1980 году

Тренды 1970 х

Состояние мира



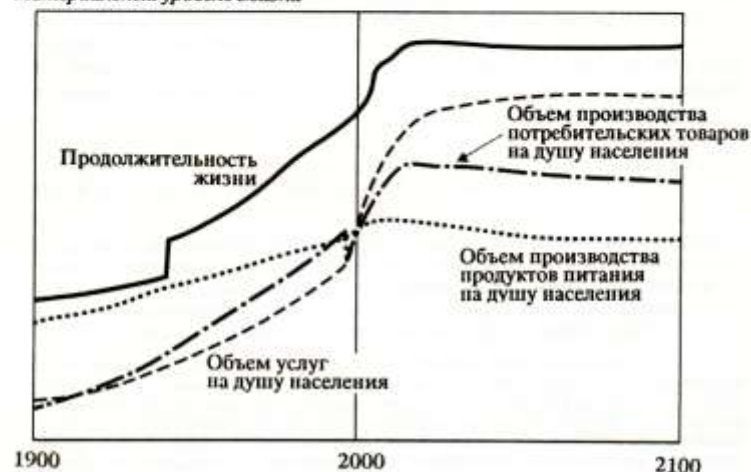
Материальный уровень жизни



Состояние мира



Материальный уровень жизни



Принятие мер в 2015 году

Запаздывание в принятии мер предотвращения кризиса

Состояние мира



Материальный уровень жизни



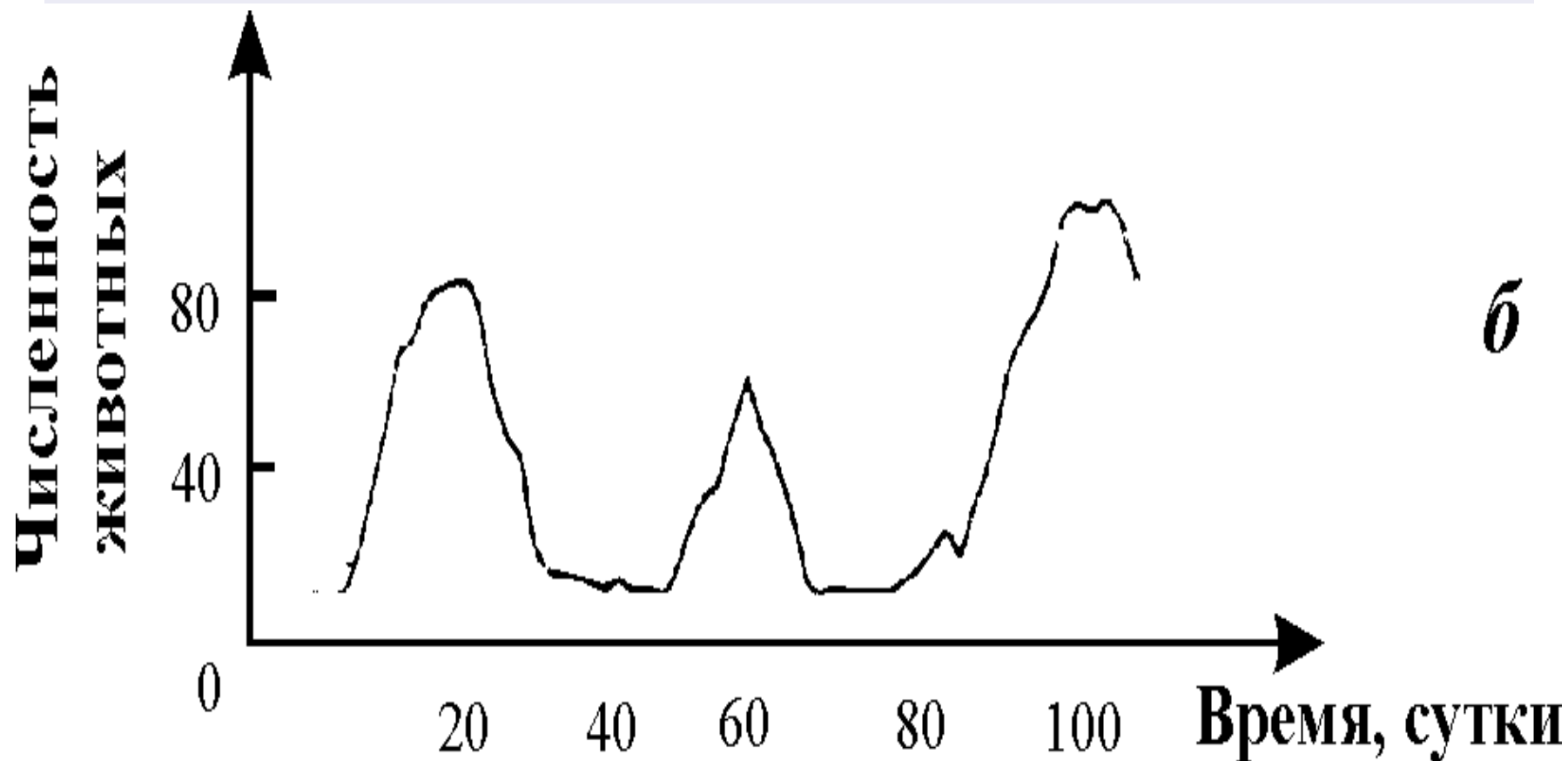
Динамика численности популяции

- Численность может меняться во времени различным образом: расти, совершать колебания, падать.

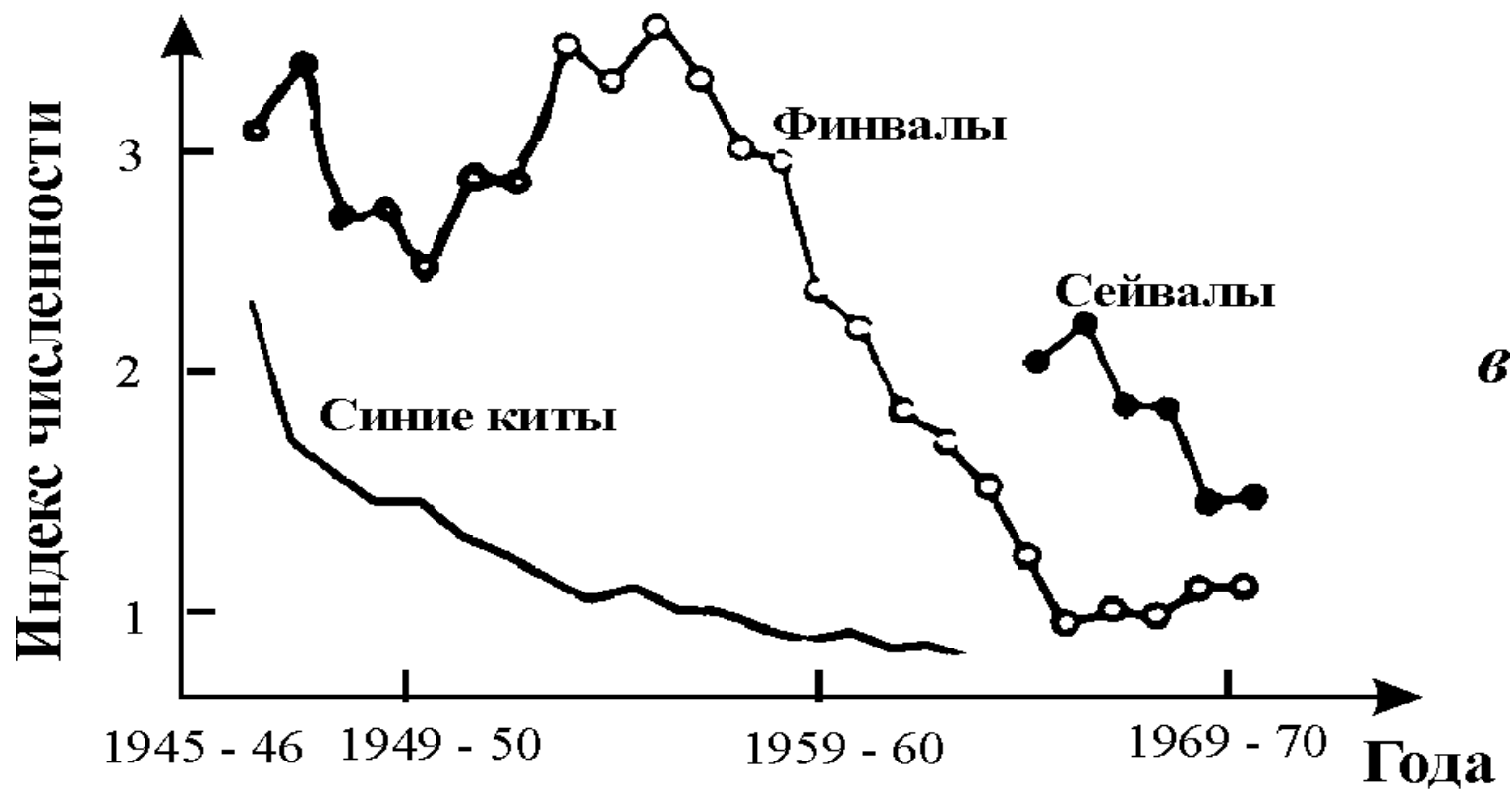
Численность поголовья овец на острове Тасмания (*Davidson, 1938*)



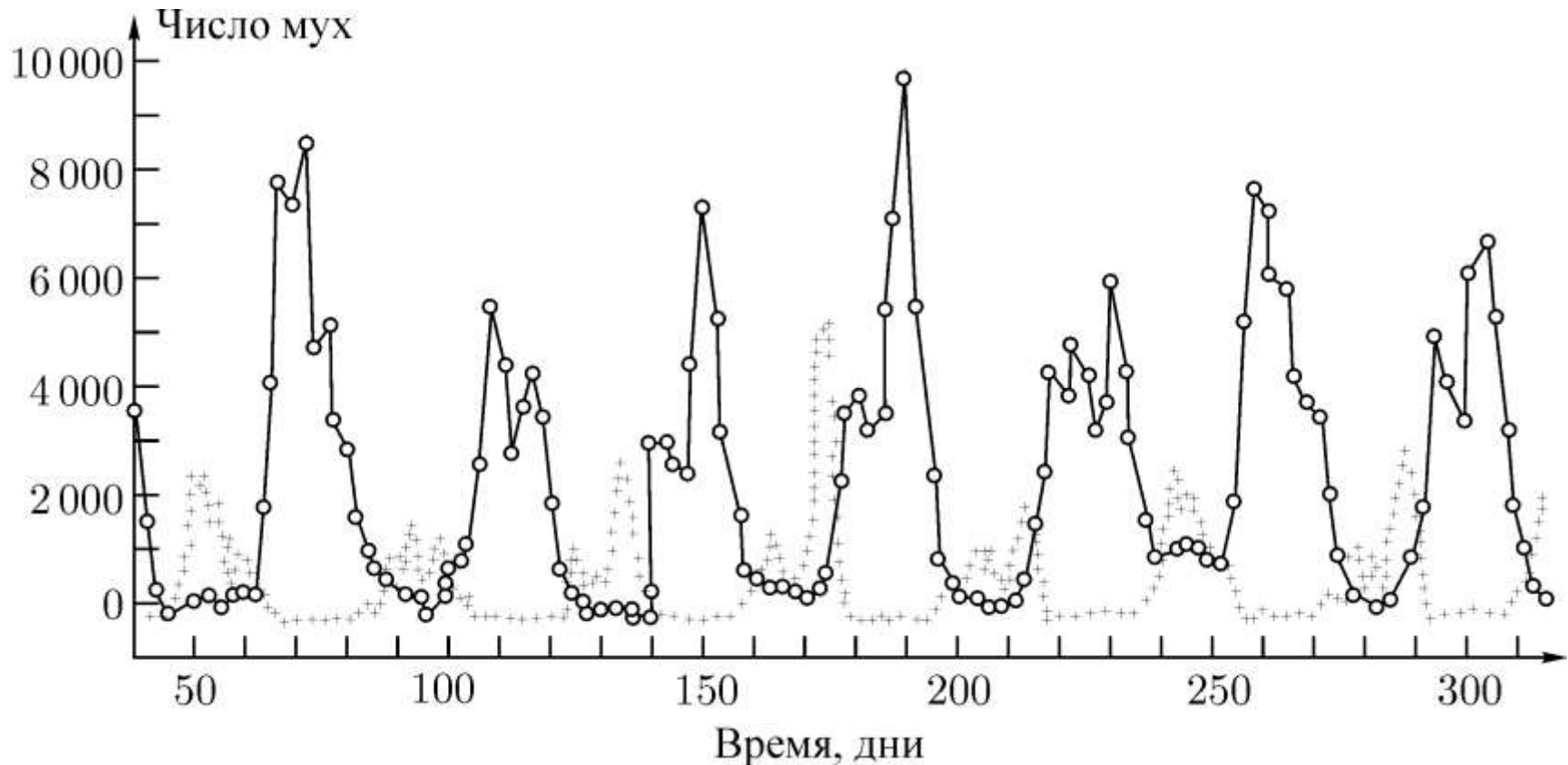
Изменение численности *Daphnia magna* (Frall, 1943)



Динамика численности трех видов китов в Антарктике (приведена по изменению «индекса численности» убитых китов на 1 тыс. судно - тонно - суток, *Gulland, 1971*)



Численность мух *Lucilia* в популяционном ящике (Nicholson, 1954)
1 – взрослые особи. Крестики – число яиц, отложенных за один день





Причины, обуславливающие тип динамики популяции:

- Собственные свойства популяции
- Изменение параметров окружающей среды
- Взаимодействие видов